

# Praktikumsbericht Elektrotechnik 3.Semester

## Versuch 4, Vierpole

27. November 2000

Niels-Peter de Witt    Matrikelnr. 2083921  
Helge Janicke        Matrikelnr. 2083973

\_\_\_\_\_

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Der RC-Tiefpass</b>	<b>3</b>
1.1	Messung bei konstanter Eingangsspannung . . . . .	3
1.2	Bestimmung der Phasenwinkel mit dem Oszilloskop . . . . .	3
1.3	Bestimmung der Grenzfrequenz und der Zeitkonstanten . . . . .	3
1.4	Theoretischer Verlauf von Amplituden und Phasengang . . . . .	4
1.4.1	Berechnung des Amplituden und Phasengangs aus den in 1.1 gemessenen Werten . . . . .	4
1.4.2	Theoretischer Verlauf des Amplituden und Phasengangs . . . . .	4
1.5	Messung der Sprungantwort mit dem Oszilloskop . . . . .	6
1.6	Das Übertragungsverhalten für Rechteckimpulse . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Der CR-Hochpass</b>	<b>9</b>
2.1	Messung bei konstanter Eingangsspannung . . . . .	9
2.2	Bestimmung der Phasenwinkel mit dem Oszilloskop . . . . .	9
2.3	Bestimmung der Grenzfrequenz und der Zeitkonstanten . . . . .	9
2.4	Theoretischer Verlauf von Amplituden und Phasengang . . . . .	10
2.4.1	Berechnung des Amplituden und Phasengangs aus den in 2.1 gemessenen Werten . . . . .	10
2.4.2	Theoretischer Verlauf des Amplituden und Phasengangs . . . . .	10
2.5	Messung der Sprungantwort mit dem Oszilloskop . . . . .	12
2.6	Das Übertragungsverhalten für Rechteckimpulse . . . . .	13
<b>3</b>	<b>RLC-Tiefpass</b>	<b>15</b>
3.1	Ersetzen des Widerstandes . . . . .	15
3.2	Messen der Ausgangsspannung . . . . .	15
3.3	Messung des Phasenwinkels . . . . .	15
3.4	Berechnung des theoretischen Verlaufs. . . . .	15
3.5	Bestimmung der Dämpfung . . . . .	18
3.6	Messung des Zeitverhaltens bei rechteckförmiger Eingangsspannung. . . . .	18
3.7	Berechnen des Widerstands für den aperiodischen Grenzfall . . . . .	18
3.8	Herleitung der Differentialgleichung zur Sprungantwort . . . . .	19

# 1 Der RC-Tiefpass

## 1.1 Messung bei konstanter Eingangsspannung

Die Eingangsspannung  $U_e$  wurde auf 3 V konstant gehalten. Der Widerstand R betrug 1 k $\Omega$ .

Tabelle der gemessenen Werte.

$f$ in Hz	100	200	300	500	600	650	700	723	725
$U_a$ in V	2.95	2.85	2.73	2.41	2.26	2.16	2.08	2.07	2.06
$f$ in Hz	750	775	800	1000	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	2.03	1.99	1.96	1.68	0.95	0.64	0.39	0.24	0.12

## 1.2 Bestimmung der Phasenwinkel mit dem Oszilloskop

$f$ in Hz	200	2000	723.4
$\varphi$	-20	-70	-45

## 1.3 Bestimmung der Grenzfrequenz und der Zeitkonstanten

Bestimmung aus Amplitudenmessung:

$$U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} U_e = 2.12\text{V} \Rightarrow f_0 \in [0.65; 0.7]\text{kHz}$$

Bestimmung aus Phasenmessung:

$$f_0 = 723\text{Hz}$$

Bestimmung der Zeitkonstante:

$$\begin{aligned} \frac{|U_2|}{|U_1|} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \\ 1 + (\omega\tau)^2 &= \frac{U_1^2}{U_2^2} \\ \tau &= \frac{\sqrt{\frac{U_1^2}{U_2^2} - 1}}{\omega} \\ \tau &= \frac{\sqrt{\frac{3V^2}{2.07V^2} - 1}}{2\pi * 723\text{Hz}} \\ \tau &= 2.31 * 10^{-4}\text{s} \end{aligned}$$

Überprüfen der Ergebnisse für  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \tau &= RC \\ \tau &= 1\text{k}\Omega * 0.22\mu\text{F} \\ \tau &= 2.2 * 10^{-4}\text{s} \end{aligned}$$

## 1.4 Theoretischer Verlauf von Amplituden und Phasengang

### 1.4.1 Berechnung des Amplituden und Phasengangs aus den in 1.1 gemessenen Werten

Berechnung des Phasenwinkels aus den gemessenen Werten:

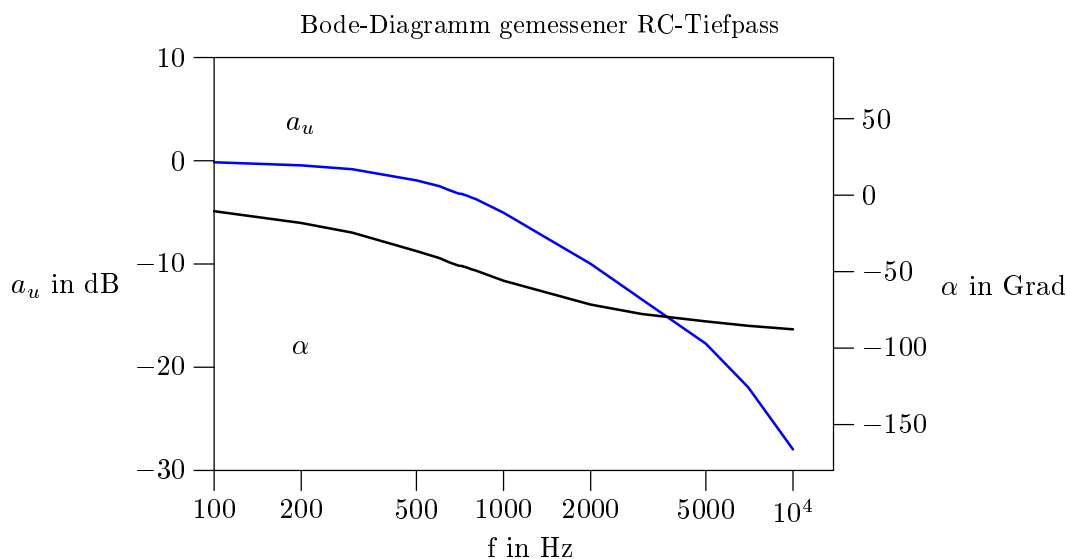
$$\varphi = \arccos\left(\frac{U_a}{U_e}\right) - 180^\circ$$

Berechnung der Verstärkung  $a_u$  aus den gemessenen Werten:

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

Tabelle der gemessenen Werte und den daraus errechneten Amplituden- und Phasengangs

$f$ in Hz	100	200	300	500	600	650	700	723	725
$U_a$ in V	2.95	2.85	2.73	2.41	2.26	2.16	2.08	2.07	2.06
$a_u$ in dB	-0.15	-0.45	-0.82	-1.90	-2.46	-2.85	-3.18	-3.22	-3.27
$\varphi$ in $^\circ$	-10.48	-18.19	-24.49	-36.55	-41.12	-43.95	-46.11	-46.37	-46.63
$f$ in Hz	750	775	800	1000	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	2.03	1.99	1.96	1.68	0.95	0.64	0.39	0.24	0.12
$a_u$ in dB	-3.39	-3.57	-3.70	-5.04	-9.99	-13.42	-17.72	-21.94	-27.96
$\varphi$ in $^\circ$	-47.42	-48.45	-49.21	-55.94	-71.54	-77.68	-82.53	-85.41	-87.71



### 1.4.2 Theoretischer Verlauf des Amplituden und Phasengangs

Herleitung der Formel für den theoretischen Verlauf des Amplitudenganges:

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

$$a_u = 20 * \log \left( \frac{X_C * I}{Z * I} \right)$$

$$a_u = 20 * \log \left( \frac{X_C}{Z} \right)$$

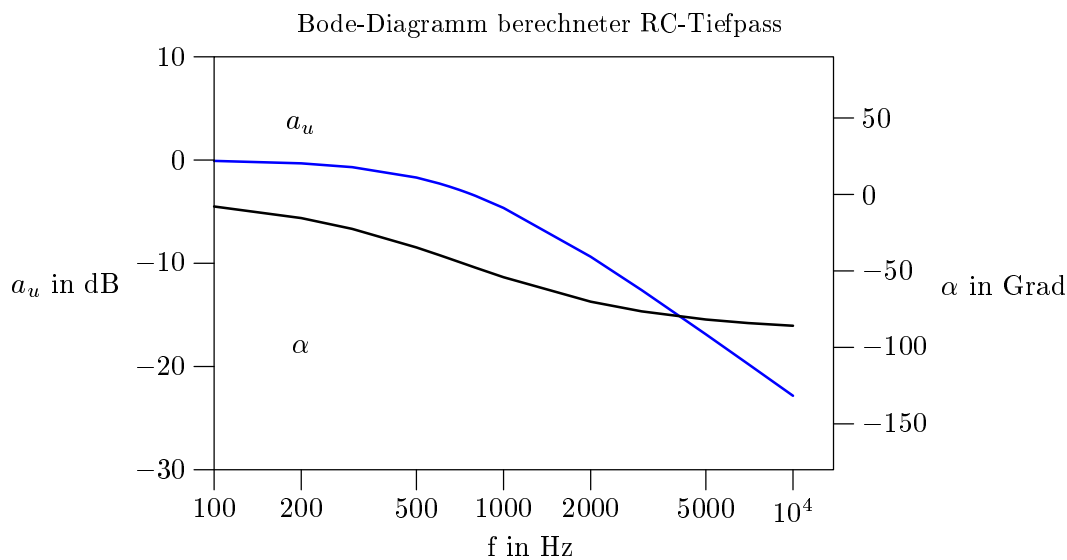
$$a_u = 20 * \log \left( \frac{1}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \right)$$

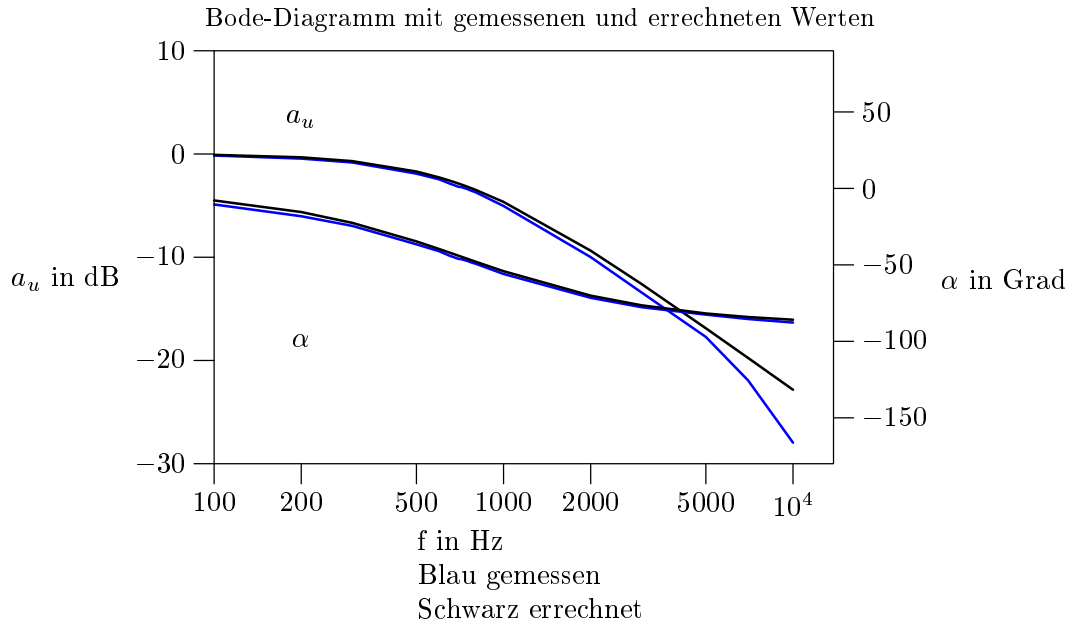
Formel für den theoretischen Verlauf des Phasenganges:

$$\varphi = - \arctan \left( \frac{R}{X_C} \right)$$

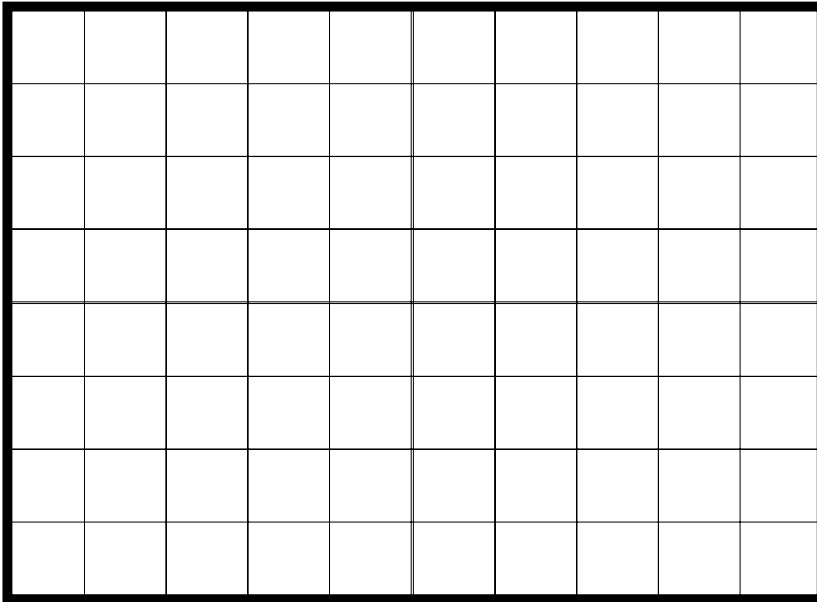
Tabelle der berechneten Werte:

<i>f</i> in Hz	100	200	300	500	600	650	700	723	725
<i>a<sub>u</sub></i> in dB	-0.08	-0.32	-0.69	-1.70	-2.27	-2.57	-2.87	-3.01	-3.02
<i>φ</i> in °	-7.87	-15.45	-22.52	-34.65	-39.67	-41.94	-44.06	-44.98	-45.06
<i>f</i> in Hz	750	775	800	1000	2000	3000	5000	7000	10000
<i>U<sub>a</sub></i> in V	-3.17	-3.32	-3.47	-4.64	-9.37	-12.60	-16.88	-19.76	-22.83
<i>φ</i> in °	-46.03	-46.97	-47.88	-54.12	-70.11	-76.44	-81.77	-84.10	-85.86



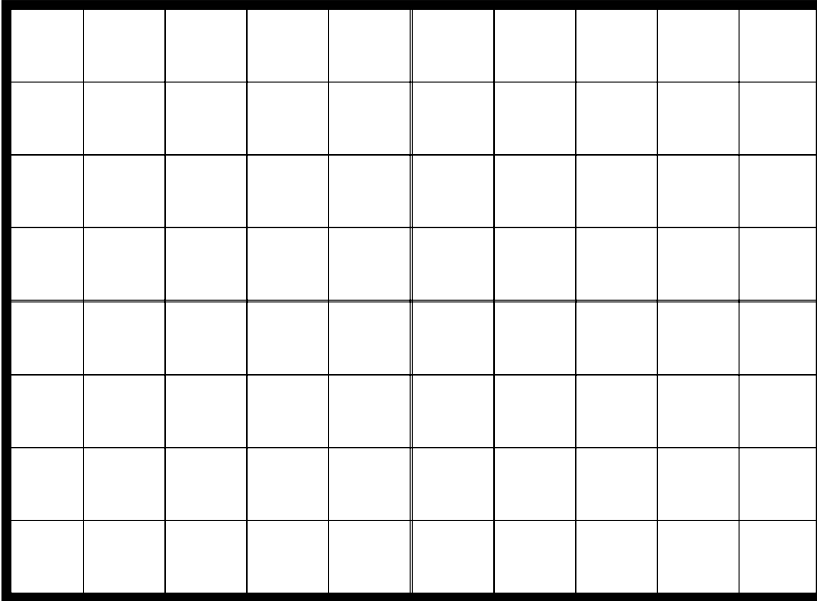


### 1.5 Messung der Sprungantwort mit dem Oszilloskop



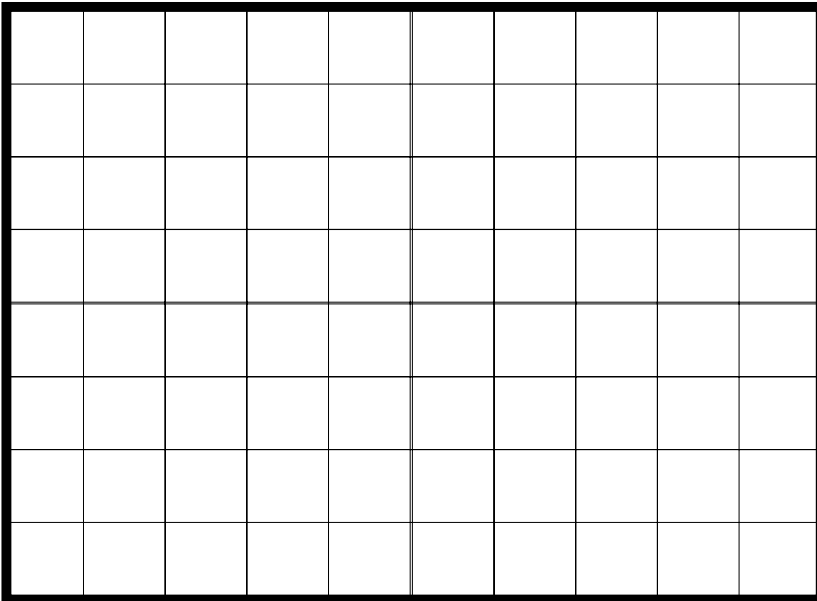
Das  $R_i$  der Pulsquelle muß bei der rechnerischen Ermittlung der Zeitkonstante nicht mitberücksichtigt werden, da  $R_i$ ,  $Z_L$  und  $R_a$  nur zur Leistungsanpassung dienen. Daher errechnet sich die Zeitkonstante  $\tau$  wie unter 1.3 angegeben.

## 1.6 Das Übertragungsverhalten für Rechteckimpulse



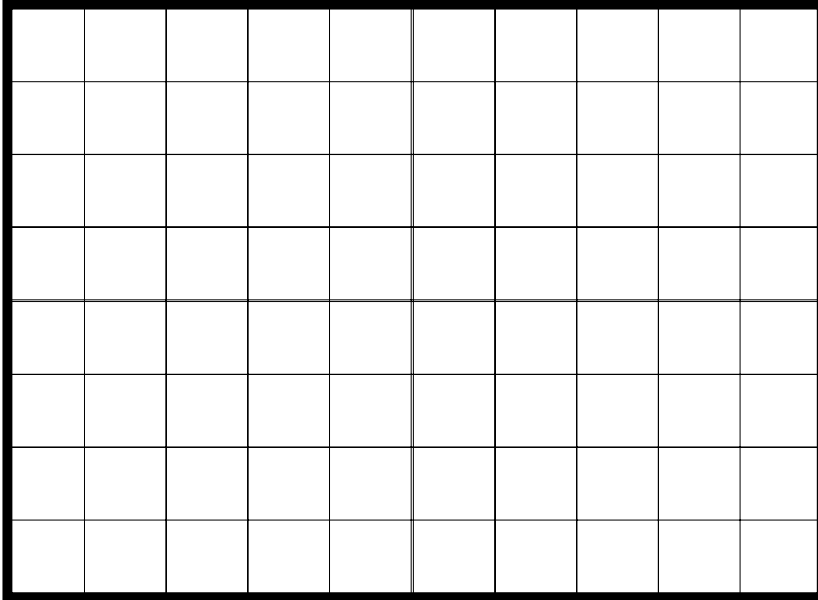
$f=200$  Hz

Bei dieser relativ niedrigen Frequenz hat der Kondensator genügend Zeit sich aufzuladen bzw. zu entladen. Der Graph stellt annähernd noch eine Rechteckspannung da.  $\tau$  ist wesentlich kleiner als  $T$ .



$f=2000$  Hz

Der Kondensator kann sich nur zum Teil aufladen, bzw. entladen.  $\tau$  ist ungefähr gleich  $T$ .



$f=20$  kHz

Der Kondensator kann sich nur wenig aufladen. Da hier  $\tau$  wesentlich größer ist als  $T$  sieht der Lade-, bzw. Entladevorgang linear aus, was am Ausgang zu einer Dreiecksspannung führt.

Je höher die Frequenz wird, desto "undeutlicher" werden die Impulse. Bei hohen Frequenzen liegt fast eine niedrige Gleichspannung mit sehr geringer Amplitude des Wechselspannungsanteils vor, während bei niederen Frequenzen die Impulse erhalten bleiben. Wegen dieser Eigenschaft spricht man auch von Tiefpass.



## 2 Der CR-Hochpass

### 2.1 Messung bei konstanter Eingangsspannung

Die Eingangsspannung  $U_e$  wurde auf 3 V konstant gehalten. Der Widerstand R betrug 1 k $\Omega$ .

Tabelle der gemessenen Werte.

$f$ in Hz	100	200	300	500	600	650	700	723	725
$U_a$ in V	0.36	0.75	1.11	1.69	1.92	2.00	2.06	2.10	2.11
$f$ in Hz	750	775	800	1000	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	2.14	2.17	2.20	2.40	2.80	2.89	2.94	2.96	2.98

### 2.2 Bestimmung der Phasenwinkel mit dem Oszilloskop

$f$ in Hz	200	2000	724
$\varphi$	74.25°	22.5°	45°

### 2.3 Bestimmung der Grenzfrequenz und der Zeitkonstanten

Bestimmung aus Amplitudenmessung:

$$U_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} U_e = 2.12\text{V} \Rightarrow f_0 \in [0.725; 0.75]\text{kHz}$$

Bestimmung aus Phasenmessung:

$$f_0 = 723\text{Hz}$$

Bestimmung der Zeitkonstante:

$$\begin{aligned} \frac{|U_2|}{|U_1|} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \\ 1 + (\omega\tau)^2 &= \frac{U_1^2}{U_2^2} \\ \tau &= \frac{\sqrt{\frac{U_1^2}{U_2^2} - 1}}{\omega} \\ \tau &= \frac{\sqrt{\frac{3V^2}{2.10V^2} - 1}}{2\pi * 725\text{Hz}} \\ \tau &= 2.744 * 10^{-4} \end{aligned}$$

Überprüfen der Ergebnisse für  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \tau &= RC \\ \tau &= 1\text{k}\Omega * 0.22\mu\text{F} \\ \tau &= 2.2 * 10^{-4}\text{s} \end{aligned}$$

## 2.4 Theoretischer Verlauf von Amplituden und Phasengang

### 2.4.1 Berechnung des Amplituden und Phasengangs aus den in 2.1 gemessenen Werten

Berechnung des Phasenwinkels aus den gemessenen Werten:

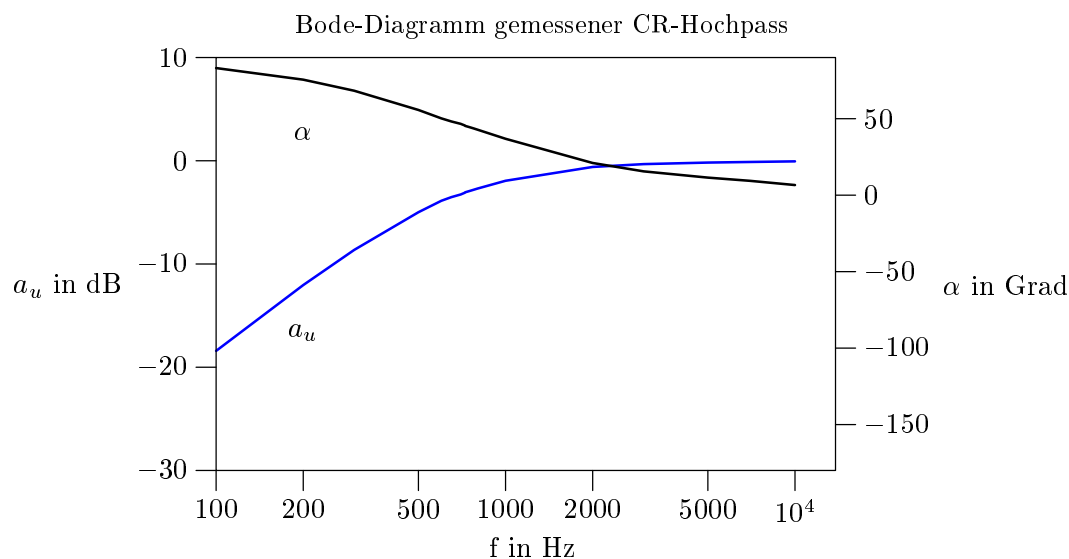
$$\varphi = \arccos\left(\frac{U_a}{U_e}\right) - 180^\circ$$

Berechnung der Verstärkung  $a_u$  aus den gemessenen Werten:

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

Tabelle der gemessenen Werte und den daraus errechneten Amplituden- und Phasengangs

$f$ in Hz	100	200	300	500	600	650	700	723	725
$U_a$ in V	0.36	0.75	1.11	1.69	1.92	2.00	2.06	2.10	2.11
$a_u$ in dB	-18.42	-12.04	-8.64	-4.98	3.88	-3.52	-3.27	-3.10	-3.06
$\varphi$ in $^\circ$	83.11	75.52	68.28	55.71	50.21	48.19	46.63	45.57	45.30
$f$ in Hz	750	775	800	1000	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	2.14	2.17	2.20	2.40	2.80	2.89	2.94	2.96	2.98
$a_u$ in dB	-2.93	-2.81	-2.69	-1.94	-0.60	-0.32	-0.18	-0.12	-0.06
$\varphi$ in $^\circ$	44.49	43.67	42.83	36.87	21.04	15.56	11.48	9.37	6.62



### 2.4.2 Theoretischer Verlauf des Amplituden und Phasengangs

Herleitung der Formel für den theoretischen Verlauf des Amplitudenganges:

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

$$a_u = 20 * \log \left( \frac{R * I}{Z * I} \right)$$

$$a_u = 20 * \log \left( \frac{R}{Z} \right)$$

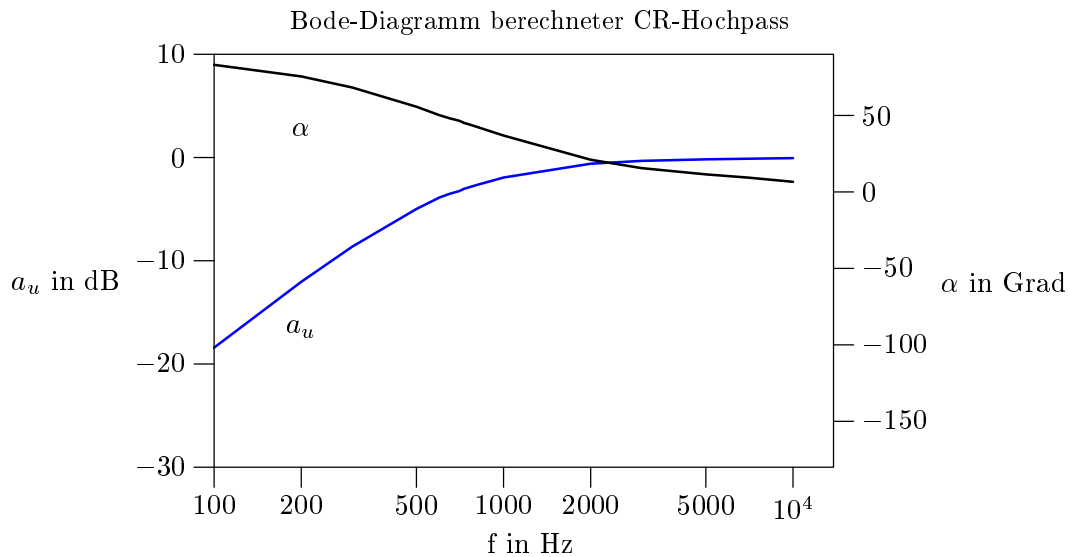
$$a_u = 20 * \log \left( \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \right)$$

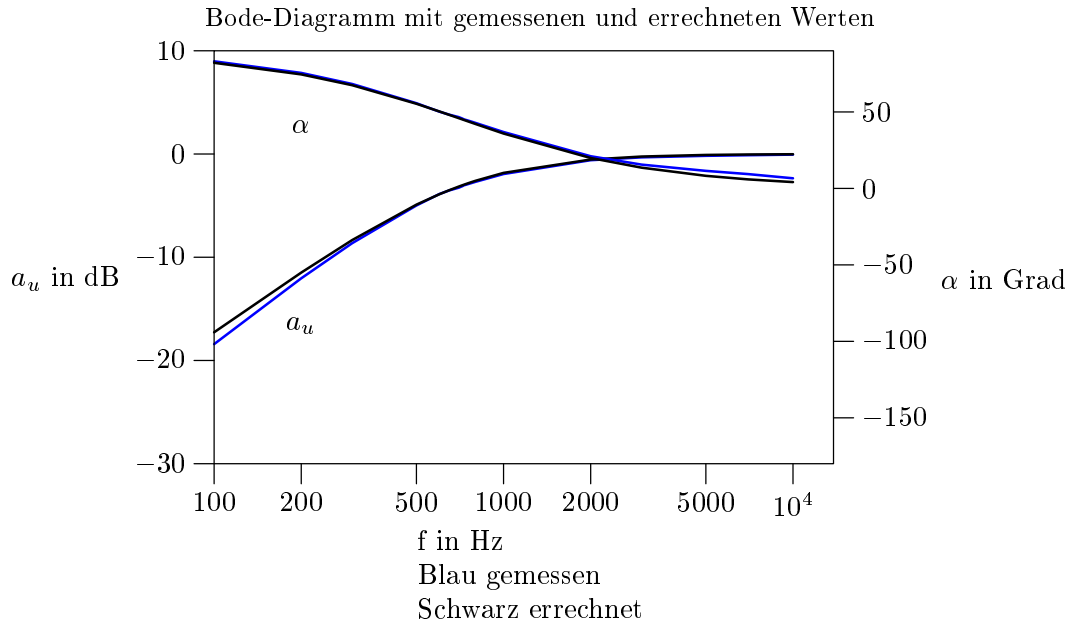
Formel für den theoretischen Verlauf des Phasenganges:

$$\varphi = - \arctan \left( \frac{X_C}{R} \right)$$

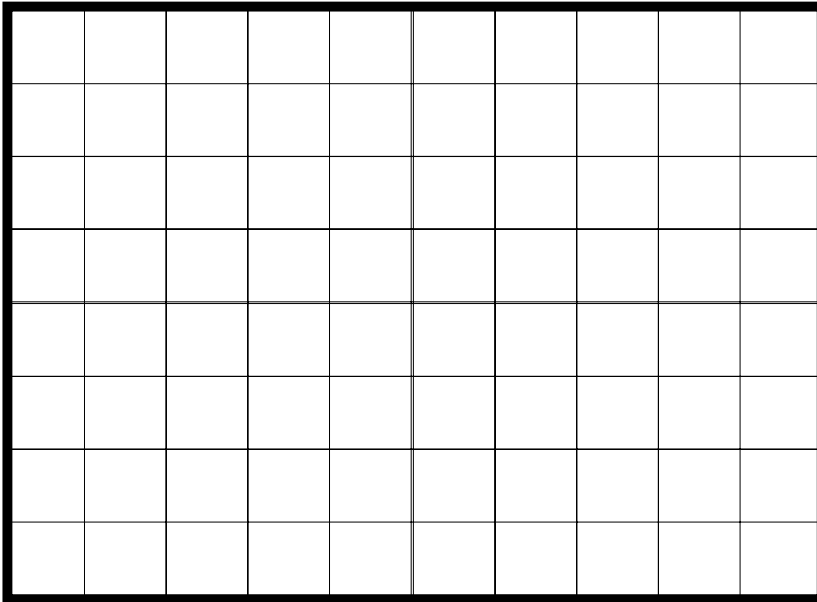
Tabelle der berechneten Werte:

$f$ in Hz	100	200	300	500	600	650	700	723	725
$a_u$ in dB	-17.27	-11.49	-8.33	-4.90	-3.90	-3.50	-3.16	-3.01	-3.00
$\varphi$ in °	82.13	74.55	67.48	55.35	50.33	48.06	45.94	45.02	44.94
$f$ in Hz	750	775	800	1000	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	-2.86	-2.72	-2.60	-1.83	-0.53	-0.25	-0.09	-0.05	-0.02
$\varphi$ in °	43.97	43.03	42.12	35.88	19.89	13.56	8.23	5.90	4.14



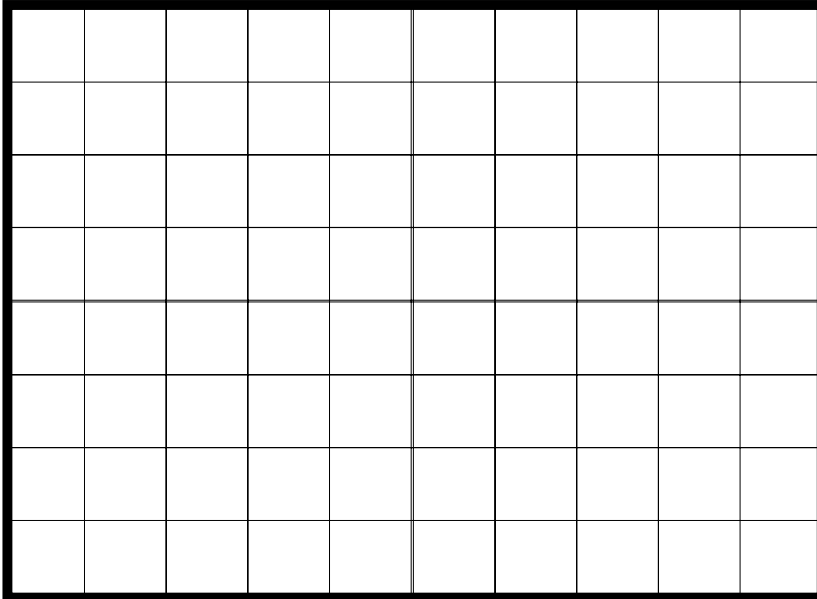


### 2.5 Messung der Sprungantwort mit dem Oszilloskop



Das  $R_i$  der Pulsquelle muß bei der rechnerischen Ermittlung der Zeitkonstante nicht mitberücksichtigt werden, da  $R_i$ ,  $Z_L$  und  $R_a$  nur zur Leistungsanpassung dienen. Daher errechnet sich die Zeitkonstante  $\tau$  wie unter 2.3 angegeben.

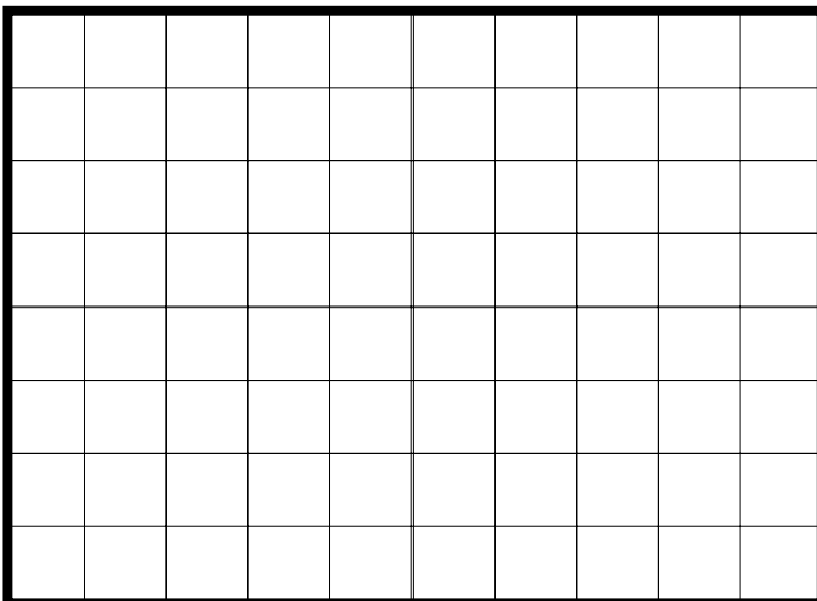
## 2.6 Das Übertragungsverhalten für Rechteckimpulse



$f=200$  Hz

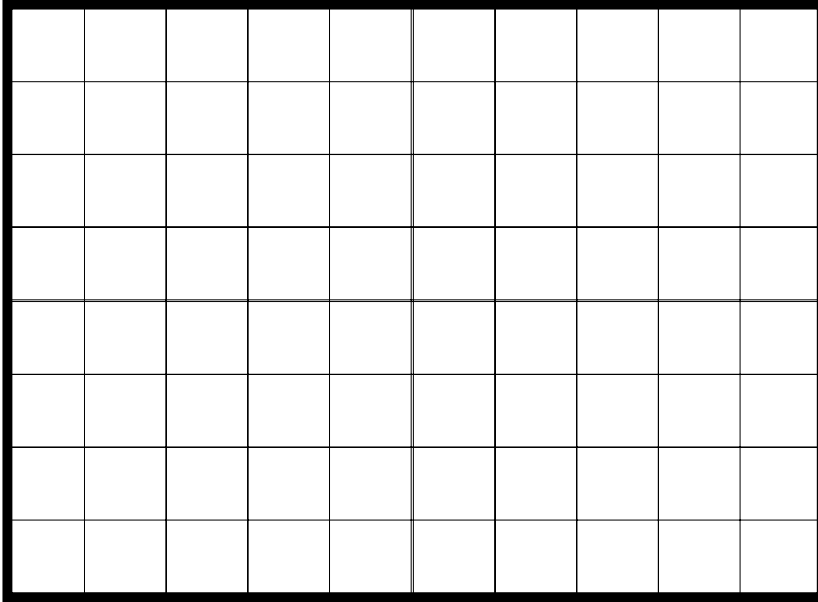
Bei der positiven Flanke des Rechteckimpulses, fängt der Kondensator an sich aufzuladen (siehe 1.6), Solange der Kondensator nicht aufgeladen ist, fällt am Widerstand eine hohe Spannung ab. Je weiter sich der Kondensator auflädt, desto kleiner wird die Spannung am Widerstand.

Bei einer negativen Eingangsfanke entlädt sich der Kondensator über den Widerstand. Der dabei fließende Strom hat die entgegengesetzte Richtung. Die Ausgangsspannung ist folglich negativ. Es handelt sich um Nadelimpulse. Auch hier gilt wieder, daß  $\tau$  wesentlich kleiner als  $T$  ist.



$f=2000$  Hz

Hier hat der Kondensator nicht die volle Zeit, die er zum Aufladen, bzw. Entladen bräuchte.  $\tau$  ist ungefähr  $T$ .



$f=20$  kHz

Hier hat der Kondensator kaum noch Zeit sich aufzuladen bzw. zu entladen, da hier  $\tau$  wesentlich größer als  $T$  ist. Das Ausgangssignal entspricht annähernd dem Eingangssignal.

Hier ist ein genau entgegengesetztes Verhalten gegenüber dem Tiefpass (siehe 1.6) zu erkennen. Während hier tiefe Frequenzen nahezu herausgefiltert werden, gelangen hochfrequente Eingangssignale fast unverändert durch den sogenannten Hochpass.

### 3 RLC-Tiefpass

#### 3.1 Ersetzen des Widerstandes

Wir ersetzen den Widerstand durch eine Reihenschaltung aus Spule ( $N=1500$ ) und den Widerstand.

#### 3.2 Messen der Ausgangsspannung

Tabelle der gemessenen Werte.

$f$ in Hz	100	200	300	500	700	1000	1650	1700	1750
$U_a$ in V	2.98	3.00	3.02	3.10	3.22	3.38	3.11	3.02	2.93
$f$ in Hz	1775	1800	1850	1900	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	2.89	2.84	2.76	2.66	1.47	1.09	0.35	0.11	0.01

#### 3.3 Messung des Phasenwinkels

$f$ in Hz	200	4000	1780
$\varphi$	$-7.5^\circ$	$-150^\circ$	$-90^\circ$

Die Frequenz, bei  $\varphi = -90^\circ$  wird auch als Resonanzfrequenz bezeichnet. Sie läßt sich nach folgender Gleichung bestimmen:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi * \sqrt{LC}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi * \sqrt{38mH * 0.22\mu F}}$$

$$f_0 = 1740Hz$$

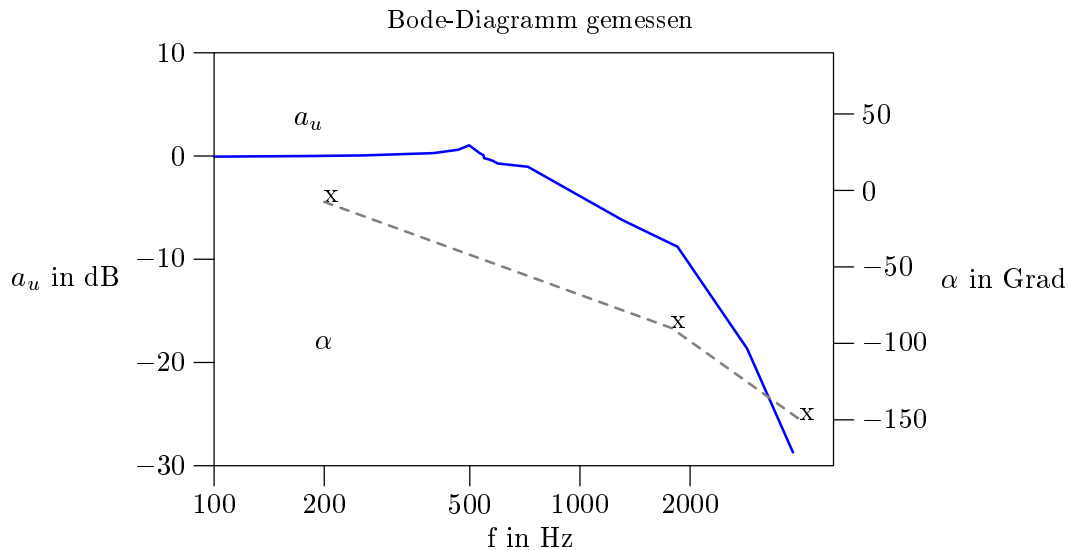
#### 3.4 Berechnung des theoretischen Verlaufs.

Berechnung der Verstärkung  $a_u$  aus den gemessenen Werten:

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

Tabelle der gemessenen Werte und dem daraus errechneten Amplitudengang

$f$ in Hz	100	200	300	500	700	1000	1650	1700	1750
$U_a$ in V	2.98	3.00	3.02	3.10	3.22	3.38	3.11	3.02	2.93
$a_u$ in dB	-0.06	0.00	0.06	0.28	0.61	1.04	0.31	0.06	-0.21
$f$ in Hz	1775	1800	1850	1900	2000	3000	5000	7000	10000
$U_a$ in V	2.89	2.84	2.76	2.66	1.47	1.09	0.35	0.11	0.01
$a_u$ in dB	-0.32	-0.48	-0.72	-1.04	-6.20	-8.79	-18.66	-28.71	-49.54



Formel für den theoretischen Verlauf des Amplitudenganges:

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{X_C * I}{Z * I}\right)$$

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{X_C}{Z}\right)$$

$$a_u = 20 * \log\left(\frac{\frac{1}{2 * \pi * f * C}}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}\right)$$

Formel für den theoretischen Verlauf des Phasenganges:

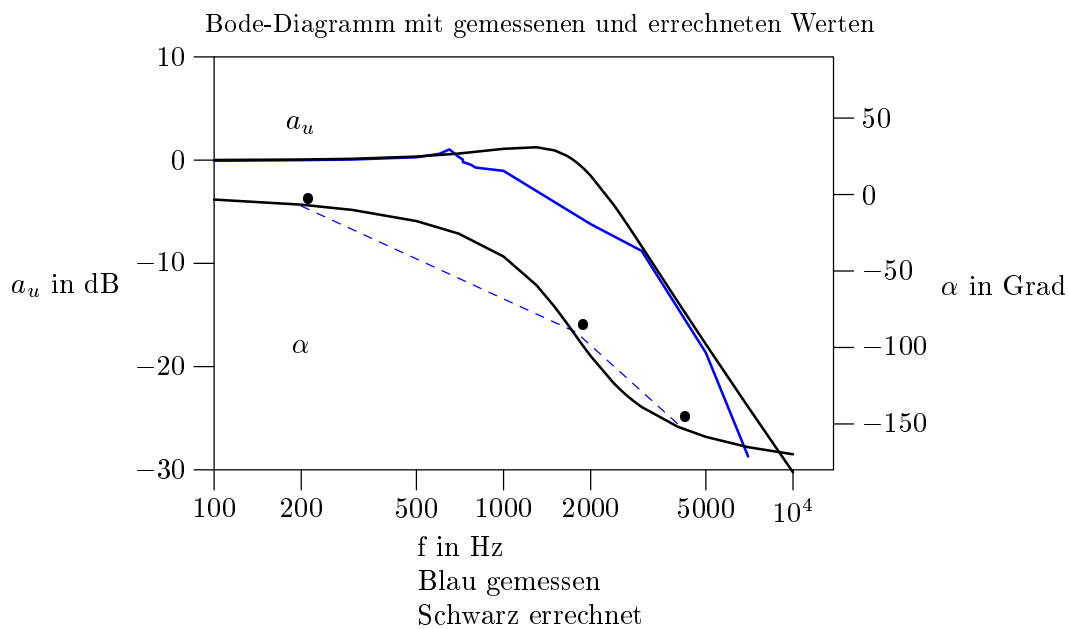
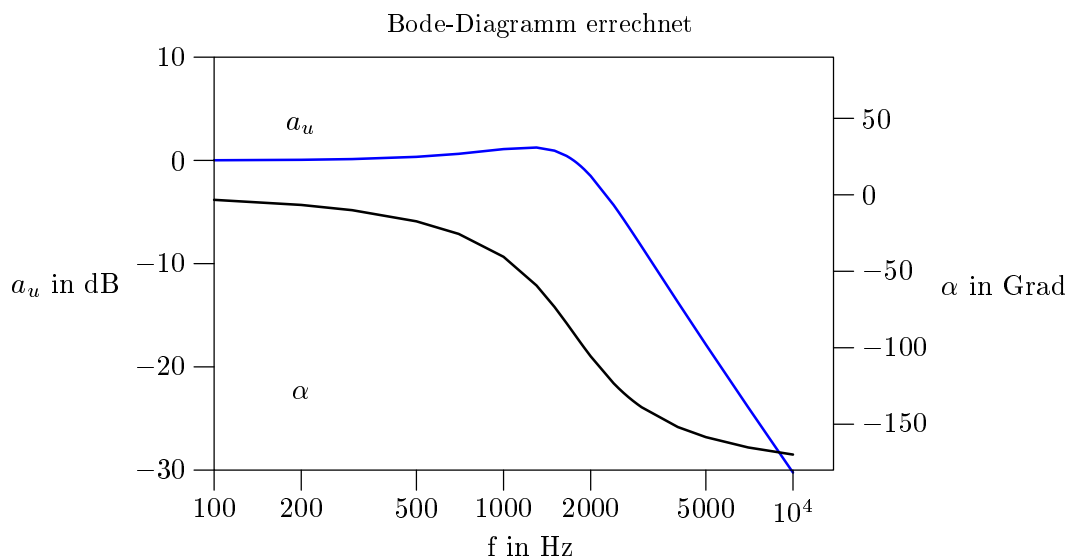
$$\alpha = -\arccos\left(\frac{X_C - X_L}{Z}\right)$$

$$\alpha = -\arccos\left(\frac{X_C - X_L}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}\right)$$



Tabelle des errechneten Amplituden- und Phasengangs

$f$ in Hz	100	200	300	500	700	1000	1300	1500	1650
$a_u$ in dB	0.01	0.06	0.13	0.34	0.64	1.10	1.25	0.94	0.44
$\alpha$ in $^\circ$	-3.29	-6.62	-10.05	-17.34	-25.57	-40.54	-59.30	-73.33	-83.87
$f$ in Hz	1700	1750	1775	1800	1850	1900	2000	2500	3000
$a_u$ in dB	0.22	-0.02	-0.15	-0.29	-0.57	-0.87	-1.51	-5.03	-8.35
$\alpha$ in $^\circ$	-87.29	-90.61	-92.24	-93.85	-96.97	-99.97	-105.61	-126.57	-138.90
$f$ in Hz	4000	5000	7000	10000					
$a_u$ in dB	-13.72	-17.84	-23.91	-30.24					
$\alpha$ in $^\circ$	-151.84	-158.44	-165.19	-169.85					



### 3.5 Bestimmung der Dämpfung

Für den Resonanzfall  $f = f_0 = 1775$  Hz gilt:

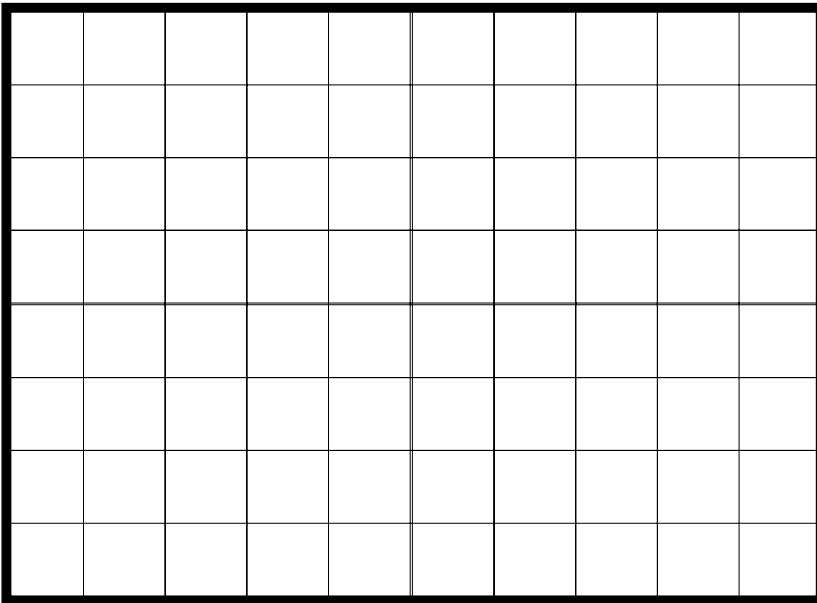
$$d = \frac{U_a}{2U_e} = \frac{3V}{2 * 2.89V} = 0.519$$

bzw.

$$d = \frac{R_r}{2} * \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{414.5\Omega}{2} * \sqrt{\frac{0.22\mu F}{38mH}} = 0.5$$

Der Widerstand  $R_r$  errechnet sich aus der Reihenschaltung von  $R$  und  $R_L$ .

### 3.6 Messung des Zeitverhaltens bei rechteckförmiger Eingangsspannung



### 3.7 Berechnen des Widerstands für den aperiodischen Grenzfall

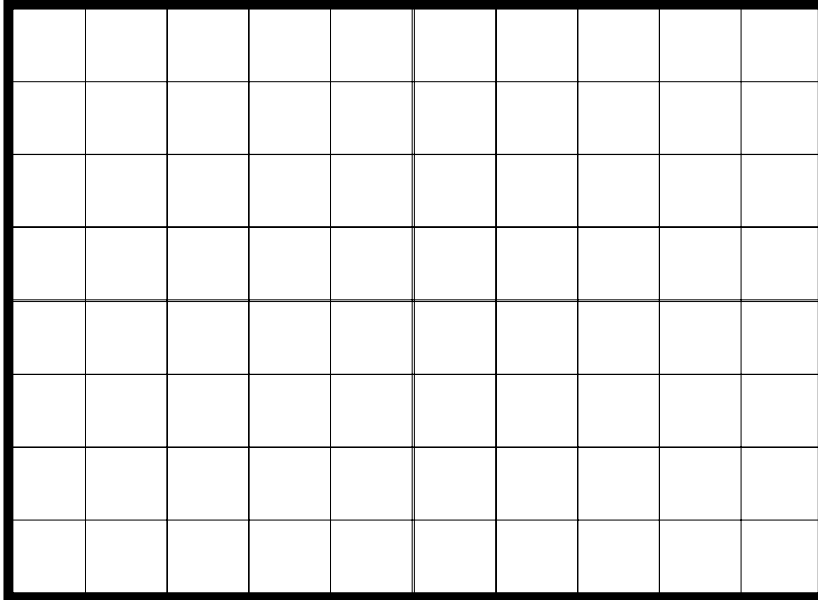
Aperiodischer Grenzfall bedeutet  $d = 1$

$$1 = \frac{R\sqrt{\frac{C}{L}}}{2}$$

$$R = \frac{2}{\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

$$R = \frac{2}{\sqrt{\frac{0.22\mu F}{38mH}}}$$

$$R = 831.2\Omega$$



### 3.8 Herleitung der Differentialgleichung zur Sprungantwort

siehe nachfolgende Seiten.