

**Praktikumsbericht Elektrotechnik 2.Semester
Versuch 4, Quasistationäres elektromagnetisches
Feld**

27. Februar 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Kraftmessung im Magnetfeld.	4
2.1	Versuch 1.1	4
2.2	Versuch 1.2	4
2.3	Versuch 1.3	5
2.4	Versuch 1.4	5
2.5	Versuch 1.5	6
2.6	Versuch 1.6	6
3	Erklärung der Ergebnisse aus den Versuchen 1.1 bis 1.5	7
4	Magnetische Flußdichte und magnetische Permeabilität	8
4.1	Berechnung der magnetischen Flußdichte B	8
4.2	Berechnung der Permeabilitätskonstanten	9
5	Induzierte Spannung	10
5.1	Bestimmung der Windungszahl mit Hilfe des Induktionsprinzips	10
5.2	Bestimmung der Permeabilität	12
6	Selbstinduktion	13
6.1	Berechnung der Induktivität mit Spulenparametern	13
6.2	Berechnung der Induktivität durch Widerstandsmessung	13
7	Zusammenfassung	14

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen die Auswirkungen eines elektromagnetischen Feldes auf Leiter, die sich im Feld befinden, untersucht werden.

Untersucht werden:

- Abhängigkeit der Kraftwirkung vom Prüfstrom bei verschiedenen Spulen
- Abhängigkeit der Kraftwirkung vom Erregerstrom bei verschiedenen Erregerespulen
- Kraftwirkung ohne elektromagnetisches Feld.
- Bestimmung der magnetischen Flußdichte \vec{B} und der magnetischen Permeabilitätskonstanten μ_0
- Bestimmung der Windungszahl anhand des Induktionsprinzips
- Auswirkungen auf die Induktionsspannung bei Spulen mit Ferritkern
- Bestimmung der Permeabilität der Ferritkerne
- Berechnung der Induktivität

2 Kraftmessung im Magnetfeld.

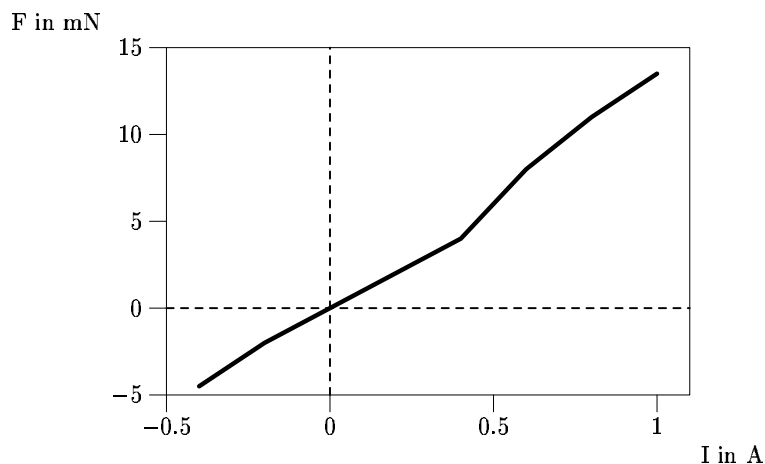
Gemessen wird die Kraft, die auf eine Prüfspule wirkt, welche sich im Magnetfeld einer Erregerspule befindet. Die Messungen beziehen sich auf die Kraftwirkung im Verhältnis zum Strom durch die Erregerspule (I_{err}), bzw. durch die Prüfspule (I_{prf}). Die Schaltung wurde so aufgebaut, dass bei einem positiven Strom die Prüfspule in die Erregerspule gezogen wurde, also eine positive Kraft wirkte. Bei der Durchführung der Messungen ist darauf zu achten, dass sich die Prüfspule immer im Magnetfeld der Erregerspule befindet. Es wurde eine Erregerspule mit folgenden Daten verwendet:

- $N = 2 * 400$
- $l = 2 * 5,5 \text{ cm}$
- $I_{max} = 3 \text{ A}$
- $A = 6,72 * 10^{-3} \text{ m}^2$
- $R_L = 3,6 \Omega$
- $d = 9,25 \text{ cm}$

2.1 Versuch 1.1

- $I_{err} = 1.6 \text{ Ampere}$
- $N_{prf} = 50$
- I_{prf} von -0.4 Ampere bis 1 Ampere in $0.2 \text{ Ampere-Schritten}$

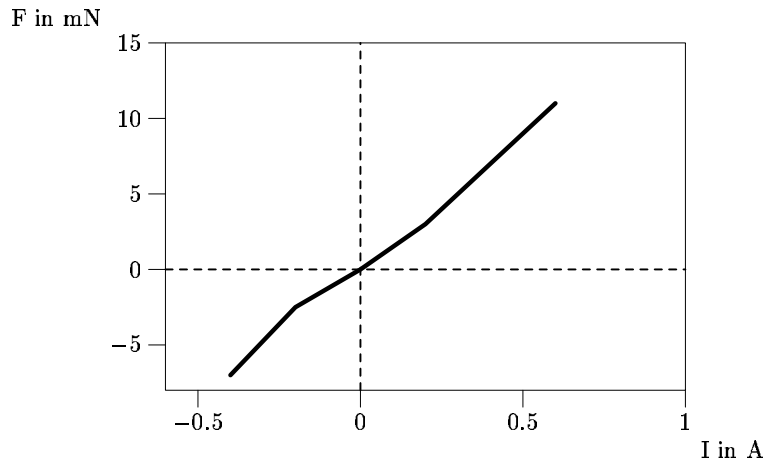
I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
F in mN	-4.5	-2.0	0.0	2.0	4.0	8.0	11.0	13.5



2.2 Versuch 1.2

- $I_{err} = 2.4 \text{ Ampere}$
- $N_{prf} = 50$
- I_{prf} von -0.4 Ampere bis 0.6 Ampere in $0.2 \text{ Ampere-Schritten}$

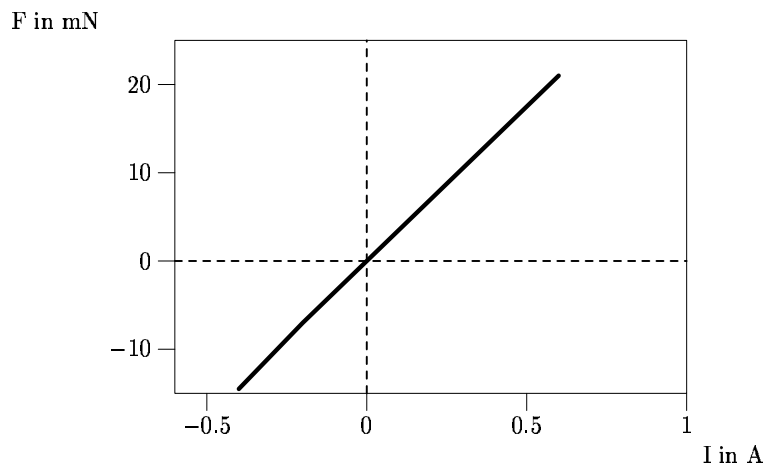
I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6
F in mN	-7.0	-2.5	0.0	3.0	7.0	11.0



2.3 Versuch 1.3

- $I_{err} = 1.6$ Ampere
- $N_{prf} = 100$
- I_{prf} von -0.4 Ampere bis 0.6 Ampere in 0.2 Ampere-Schritten

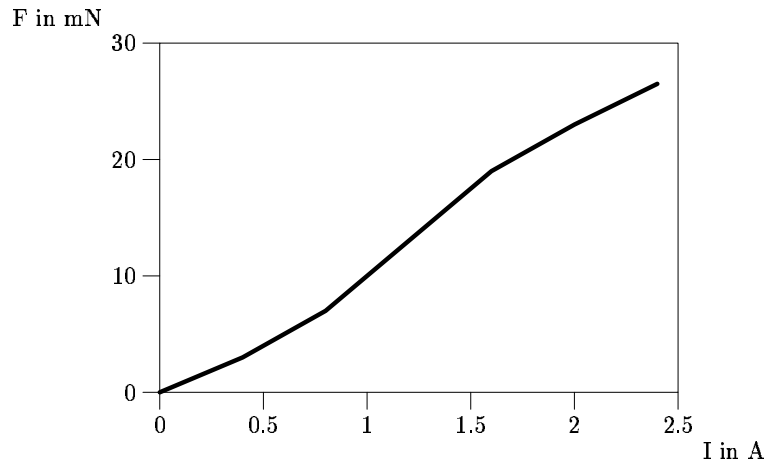
I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6
F in mN	-14.5	-7.0	0.0	7.0	14.0	21.0



2.4 Versuch 1.4

- $I_{prf} = 0.5$ Ampere
- $N_{prf} = 100$
- I_{err} von 0.0 Ampere bis 2.4 Ampere in 0.4 Ampere-Schritten

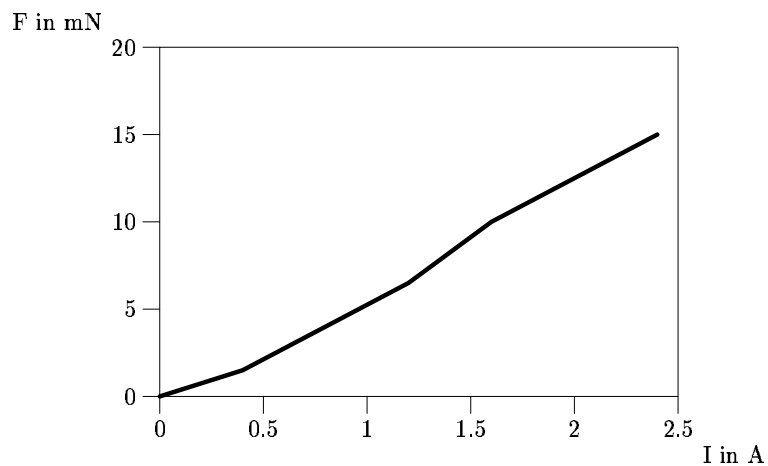
I_{err} in A	0.0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4
F in mN	0.0	3.0	7.0	13.0	19.0	23.0	26.5



2.5 Versuch 1.5

- $I_{prf} = 0.5$ Ampere
- $N_{err} = 400$
- $N_{prf} = 100$
- I_{err} von 0.0 Ampere bis 2.4 Ampere in 0.4 Ampere-Schritten

I_{err} in A	0.0	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4
F in mN	0.0	1.5	4.0	6.5	10.0	12.5	15.0



2.6 Versuch 1.6

- $I_{err} = 1.6$ Ampere
- $N_{prf} = 100$
- Erregerspulen sind gegensinnig geschaltet ($\Rightarrow B_{ges} = 0T$ im Spulenspalt)
- I_{prf} von -0.4 Ampere bis 0.6 Ampere in 0.2 Ampere-Schritten

I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6
F in mN	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5

Anscheinend wirkt auf die Prüfspule keine Kraft mehr. Dies läßt sich auch leicht aus der Formel:

$$F = B * s * N_{prf} * I_{prf}$$

erkennen. Da sich die beiden B-Felder der entgegengesetzt geschalteten Erregerspulen im Luftspalt gegenseitig aufheben folgt daraus ein $B_{ges} = 0$ Tesla. Eingesetzt in obige Formel folgt $F=0$ unabhängig von anderen Parametern.

3 Erklärung der Ergebnisse aus den Versuchen 1.1 bis 1.5

Man erkennt sofort die lineare Abhängigkeit der Kraft vom Prüf-, bzw. Erregerstrom anhand der Graphen. Diese lineare Abhängigkeit läßt sich auch leicht mit Hilfe der folgenden Formeln herleiten:

$$F = B * s * N_{prf} * I_{prf} \quad (1)$$

$$B = \frac{\mu_0 * I_{err} * N_{err}}{l_m} \quad (2)$$

Aus Formel 1 läßt sich bei $B = const.$; $N_{prf} = const.$ sofort herleiten:

$$F \sim I_{prf}$$

Aus Formel 2 läßt sich die lineare Abhängigkeit der magnetischen Flußdichte B vom Erregerstrom, bzw. der Wicklungszahl der Erregerspule erkennen. Diese Abhängigkeit in Formel 1 übertragen ergibt bei $I_{prf} = const.$; $N_{prf} = const.$:

$$F \sim I_{err} \text{ bzw. } F \sim N_{err}$$

4 Magnetische Flußdichte und magnetische Permeabilität

Spulendaten:

- Mittlerer Wicklungsquerschnitt $A = 6,72 * 10^{-3} m^2$
- Mittlerer Spulendurchmesser $d = 0.0925 m$
- Gesamtlänge der Erregerspule $l_{gesamt} = 0.13 m$
- Länge der Einzelspule $l_{einzel} = 0.055 m$
- Windungszahl der Erregerspule $N = 800$
- Wirksame Länge der Prüfspule $s = 5 cm$
- Windungszahl der Prüfspule $N_1 = 50; N_2 = 100$

4.1 Berechnung der magnetischen Flußdichte B

Allgemein gilt:

Aus der Gleichung für einen Draht $\vec{F} = Q * \vec{v} \times \vec{B}$ läßt sich die Gleichung erweitern auf mehrere Windungen:

$$|\vec{F}| = Q * v * B * \sin(\vec{v}; \vec{B}) * N_{prf}$$

mit der Formel:

$$I_{prf} = \frac{Q * v}{s} \Rightarrow v = \frac{I_{prf} * s}{Q}$$

ergibt sich:

$$|\vec{F}| = Q * \frac{I_{prf} * s}{Q} * B * \sin(\vec{v}; \vec{B}) * N_{prf}$$

da $\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \sin(\vec{v}; \vec{B}) = 1$

umgestellt nach B ergibt sich:

$$B = \frac{F}{I_{prf} * N_{prf} * s}$$

Aus dieser Formel ergibt sich:

- für Versuch 1.1:

I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
F in mN	-4.5	-2.0	0.0	2.0	4.0	8.0	11.0	13.5
B in mT	4.5	4.0	-	4.0	4.0	5.3	5.5	5.4

$$\bar{B} = \frac{\sum B_n}{n} = 4.67 mT$$

- für Versuch 1.2:

I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6
F in mN	-7.0	-2.5	0.0	3.0	7.0	11.0
B in mT	7.0	5.0	-	6.0	7.0	7.3

$$\bar{B} = \frac{\sum B_n}{n} = 6.47 mT$$

- für Versuch 1.3:

I_{prf} in A	-0.4	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.6
F in mN	-14.5	-7.0	0.0	7.0	14.0	21.0
B in mT	7.3	7.0	-	7.0	7.0	7.0

$$\bar{B} = \sum_n \frac{B_n}{n} = 7.06mT$$

4.2 Berechnung der Permeabilitätskonstanten

Allgemein gilt:

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 * \mu_r * \vec{H} \\ |H| &= \frac{I_{err} * N_{err}}{l_m} \\ \mu_r &= 1 \quad \text{für Luft} \end{aligned}$$

nach μ_0 umgestellt ergibt sich:

$$\mu_0 = \frac{|\vec{B}| * l_m}{I_{err} * N_{err}}$$

wobei man l_m aus folgender Formel berechnen kann:

$$\begin{aligned} l_m &= \frac{\sqrt{d^2 + l_{ges}^2}}{2} + \sqrt{d^2 + l_{einzel}^2} \\ l_m &= 0.1874m \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für:

- Versuch 1.1:

$$\mu_0 = \frac{4.467mT * 0.1874m}{1.6A * 800} = 0.684 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

- Versuch 1.2:

$$\mu_0 = \frac{6.47mT * 0.1874m}{2.4A * 800} = 0.631 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

- Versuch 1.3:

$$\mu_0 = \frac{7.06mT * 0.1874m}{1.6A * 800} = 1.03 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

5 Induzierte Spannung

5.1 Bestimmung der Windungszahl mit Hilfe des Induktionsprinzips

Spulendaten für Erregerspule 1:

- Mittlerer Wicklungsquerschnitt $A = 6,72 * 10^{-3}m^2$
- Mittlerer Spulendurchmesser $d = 0.0925m$
- Gesamtlänge der Erregerspule $l_{gesamt} = 0.13m$
- Länge der Einzelspule $l_{einzel} = 0.055m$
- Windungszahl der Erregerspule $N = 800$
- Mittlerer Wicklungsquerschnitt der Prüfspule $A = 3,74 * 10^{-3}m^2$
- Windungszahl der Prüfspule (abgezählt) $N = 25$

Spulendaten für Erregerspule 2:

- Mittlerer Wicklungsquerschnitt $A = 4,6 * 10^{-3}m^2$
- Mittlerer Spulendurchmesser $d = 0.0925m$
- Gesamtlänge der Erregerspule $l_{gesamt} = 0.5m$
- Windungszahl der Erregerspule $N = 1330$
- Mittlerer Wicklungsquerschnitt der Prüfspule $A = 3,47 * 10^{-3}m^2$
- Windungszahl der Prüfspule (abgezählt) $N = 10$

gemessenen Werte bei Erregerspule 1:

- $U_{err} = 19,2V$
- $I_{err} = 2A$
- $\hat{U}_{ind} = 0,54V$

gemessenen Werte bei Erregerspule 2:

- $U_{err} = 15,9V$
- $I_{err} = 1A$
- $\hat{U}_{ind} = 45mV$

Für die induzierte Spannung gilt:

$$\begin{aligned}
 u_{ind} &= -N * \frac{d\Phi(t)}{dt} \\
 \Phi(t) &= \hat{\Phi} * \sin(\omega t) \\
 \hat{\Phi} &= \hat{B} * A \\
 \Phi'(t) &= \hat{\Phi} * \omega * \cos(\omega t) \\
 \Rightarrow u_{ind} &= -N * \hat{B} * A * \omega * \cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

Für $\cos(\omega t) = 1$ erhält man den maximalen Wert \hat{u}_{ind} , welchen wir gemessen haben. daraus folgt:

$$N = \left| \frac{\hat{u}_{ind}}{\hat{B} * A * \omega} \right|$$

Setzt man nun für B :

$$\hat{B} = \frac{\mu_0 * I_{err} * N_{err}}{l_m}$$

erhält man:

$$N = \left| \frac{\hat{u}_{ind}}{\frac{\mu_0 * I_{err} * N_{err}}{l_m} * A * \omega} \right|$$

$$N = \left| \frac{\hat{u}_{ind} * l_m}{\mu_0 * I_{err} * N_{err} * A * \omega} \right|$$

Für Erregerspule 1 berechnet sich l_{m1} wie folgend:

$$l_{m1} = \frac{\sqrt{d^2 + l_{ges}^2}}{2} + \sqrt{d^2 + l_{einzel}^2}$$

$$l_{m1} = 0.1874m$$

Mit diesem Wert für l_{m1} berechnet sich N_1 mit:

$$N_1 = \left| \frac{0.54V * 0.1874m}{1.257 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am} * 2A * 800 * 6.72 * 10^{-3} m^2 * 2\pi * 50 \frac{1}{s}} \right| = 23.8 \approx 24$$

Für Erregerspule 2 ist folgende Formel zu verwenden:

$$l_{m2} = \sqrt{d^2 + l_{ges}^2}$$

$$l_{m2} = 0.508m$$

entsprechend erhält man für N_2 :

$$N_2 = \left| \frac{0.045V * 0.508}{1.257 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am} * 1A * 1330 * 4.6 * 10^{-3} m^2 * 2\pi * 50 \frac{1}{s}} \right| = 9.46 \approx 10$$

5.2 Bestimmung der Permeabilität

Quantitativ läßt sich sagen, daß wenn man einen Ferritstab in das Magnetfeld der Spulen einführt eine starke Zunahme der induzierten Spannung auftritt. Da Ferrit ein sehr guter Leiter, im Vergleich zu Luft, für den magnetischen Fluß Φ ist erhöht sich somit die Flußdichte \vec{B} . Diese Erhöhung wird durch die Materialkonstante μ_r (resultierende relative Permeabilität) ausgedrückt, welche sich nach folgender Formel berechnen läßt:

$$\begin{aligned} |\vec{B}_{Luft}| &= \mu_0 * \frac{I_{err} * N_{err}}{l_m} \\ |\vec{B}_{Ferrit}| &= \mu_0 * \mu_r * \frac{I_{err} * N_{err}}{l_m} \\ \Rightarrow \mu_r &= \frac{|\vec{B}_{Ferrit}|}{|\vec{B}_{Luft}|} \\ \text{aus } u_{ind} &= -N * B * A * \omega \\ \Rightarrow |B| &= \frac{\hat{u}_{ind}}{-N * A * \omega} \end{aligned}$$

Für B_{Luft} gilt dann:

$$|B_{Luft}| = \frac{0.045V}{-10 * 6.72 * 10^{-3} m^2 * 2\pi * 50 \frac{1}{s}} = 2.13mT$$

Für $B_{Ferrit1}$ gilt dann:

$$|B_{Ferrit1}| = \frac{0.19V}{-10 * 6.72 * 10^{-3} m^2 * 2\pi * 50 \frac{1}{s}} = 8.99mT$$

$$\mu_r = \frac{8.99mT}{2.13mT} = 4.22$$

Für $B_{Ferrit2}$ gilt dann:

$$|B_{Ferrit2}| = \frac{0.115V}{-10 * 6.72 * 10^{-3} m^2 * 2\pi * 50 \frac{1}{s}} = 5.45mT$$

$$\mu_r = \frac{5.45mT}{2.13mT} = 2.56$$

6 Selbstinduktion

6.1 Berechnung der Induktivität mit Spulenparametern

Die Induktivität läßt sich nach folgender Formel errechnen:

$$L = \mu_0 * \frac{N^2 * A}{l_m} = 1.257 * 10^{-6} \frac{Vs}{Am} * \frac{800^2 * 6.72 * 10^{-3} m^2}{0.1874m} = 28.85mH$$

6.2 Berechnung der Induktivität durch Widerstandsmessung

Für die Berechnung der Induktivität ist es notwendig den induktiven Widerstand X_L zu kennen. Dieser läßt sich einfach über den komplexen Widerstand Z und den reellen Widerstand R nach folgender Formel berechnen:

$$\begin{aligned} R &= \frac{U_{\sim}}{I_{\sim}} \\ Z &= \frac{U_{\sim}}{I_{\sim}} \\ Z &= \sqrt{R^2 + X_L^2} \\ \Rightarrow X_L &= \sqrt{Z^2 - R^2} \\ X_L &= \omega * L = 2\pi * f * L \\ \Rightarrow L &= \frac{X_L}{\omega} = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{2\pi * f} \end{aligned}$$

Nach Einsetzen der gemessenen Werte erhält man:

$$\begin{aligned} R &= \frac{4.95V}{1.5A} = 3.3\Omega \\ Z &= \frac{13.5V}{1.47A} = 9.18\Omega \\ L &= \frac{\sqrt{9.18^2 - 3.3^2}}{2\pi * 50 \frac{1}{s}} = 27.3mH \end{aligned}$$

In den meisten Fällen wird es sich empfehlen den 1. Berechnungsweg zu wählen, da die Spulendaten meistens bekannt und weniger fehlerbehaftet sind als gemessene Widerstandswerte.

7 Zusammenfassung

Anhand der Kraftmessungen läßt sich erkennen, daß nur lineare Abhängigkeiten vorliegen.

$$F \sim B$$

$$F \sim I_{prf}$$

$$F \sim N_{prf}$$

$$B \sim I_{err}$$

$$B \sim N_{err}$$

Sowie das wenn kein B-Feld vorhanden ist (Erregerspulen gegensinnig geschaltet), auch keine Kraftwirkung auftritt.

Bei der Berechnung der Flußdichte B und der daraus resultierenden Permeabilitätskonstante μ_0 kam es zu großen Abweichungen bei der Prüfspule mit 50 Windungen. Dies läßt sich darauf zurückführen, daß die Zuleitungsdrähte der Spule sehr dick waren, und damit selbst als verhältnismäßig starke Federn die Messung mit dem Newtonmeter beeinflußt haben. Bei den Messungen mit der anderen Prüfspule ($N=100$) wurden deutlich bessere Ergebnisse erzielt.

Das Verfahren zur Bestimmung der Windungszahl scheint recht exakt zu sein. Hier stimmten die Ergebnisse überraschend gut mit dem tatsächlichen (gezählten) Werten überein. Über die Auswirkungen, die ein Ferritkern auf die induzierte Spannung hat, läßt sich quantitativ aussagen, daß die induzierte Spannung abhängig vom eingesetzten Material (μ_r) ansteigt.

Zur Bestimmung der Induktivität einer Spule ist (wenn möglich) die Bestimmung über die Spulendaten der meßtechnischen Bestimmung über die Widerstandswerte vorzuziehen.