

**Praktikumsbericht Elektrotechnik 2.Semester  
Versuch 1, Strom- bzw. Spannungsrichtige  
Messung**

27. Februar 2001

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Strom und Spannungsrichtige Messung</b>	<b>4</b>
2.1	Versuchsaufbau . . . . .	4
2.2	Herleitung des zu messenden Widerstandes. . . . .	4
2.2.1	Spannungsrichtige Messung . . . . .	4
2.2.2	Stromrichtige Messung . . . . .	5
2.3	Verhältnis der zu messenden Widerstände zu den Innenwiderständen . . . . .	5
2.3.1	Spannungsrichtige Messung . . . . .	5
2.3.2	Stromrichtige Messung . . . . .	6
2.4	Bestimmung von 4 Widerständen . . . . .	6
2.4.1	Spannungsrichtige Messung . . . . .	6
2.4.2	Stromrichtige Messung . . . . .	6
2.5	Schlußfolgerung . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Prinzipschaltung eines Widerstandsmeßgerätes</b>	<b>7</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	7
3.2	Meßwerte . . . . .	7
3.3	Graphische Darstellung der Meßergebnisse . . . . .	8
3.4	Unabhängigkeit der Betriebsspannung . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Wheatstone'sche Meßbrücke</b>	<b>10</b>
4.1	Versuchsaufbau der Wheatstone'schen Meßbrücke . . . . .	10
4.2	Herleitung der Abgleichspannung . . . . .	10
4.3	Meßwerte . . . . .	10
4.4	Betrachtung der Meßergebnisse . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Vierleitermeßverfahren</b>	<b>12</b>
5.1	Versuchsaufbau zum Vierleitermeßverfahren . . . . .	12
5.2	Meßwerte zum Vierleitermeßverfahren . . . . .	12
5.3	Meßwerte mit Spannungsrichtiger Messung . . . . .	12
5.4	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	13
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>14</b>

## **1 Einleitung**

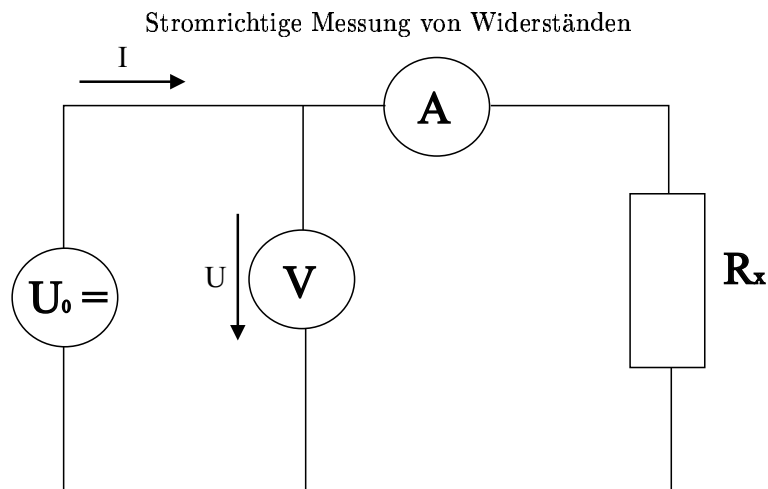
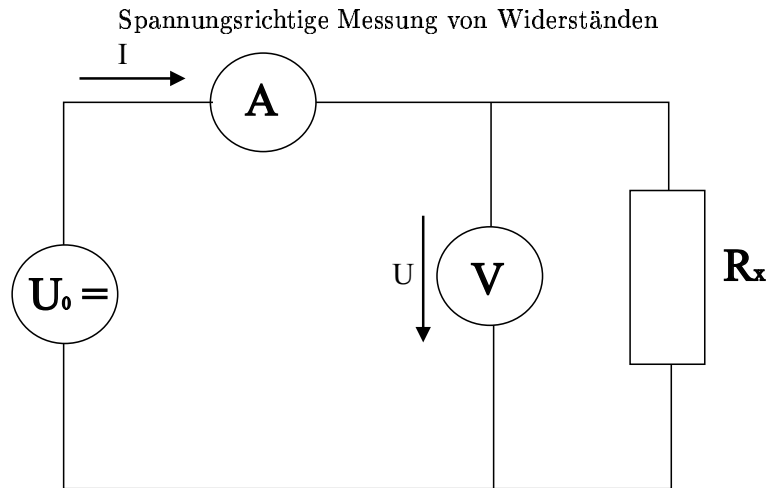
Im folgendem Versuch soll anhand verschiedener Verfahren Widerstände bestimmt werden:

1. Spannungsrichtige Messung (Stromfehlerschaltung)
2. Stromrichtige Messung (Spannungsfehlerschaltung)
3. Wheatston'sche Brückenschaltung
4. Vierleitermeßverfahren

Desweiteren wird eine Prinzipschaltung eines Ohmmeters dargestellt und durch Versuche geeicht (Erstellung einer Meßskala). Dieser Bericht wurde mit  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  geschrieben, die Diagramme mit

## 2 Aufgabe 1: Strom- und Spannungsrichtige Messung von Widerständen

### 2.1 Versuchsaufbau



### 2.2 Herleitung des zu messenden Widerstandes.

Herleitung der Beziehung für die Berechnung von  $R_x$  aus der Strom-Spannungs-Messung unter Berücksichtigung der Innenwiderstände der betreffenden Meßgeräte für die Strom- bzw. Spannungsrichtige Messung.

#### 2.2.1 Spannungsrichtige Messung (Stromfehlerschaltung)

Die Herleitung benötigt das Ohmsche Gesetz und die Parallelschaltung von zwei Widerständen.

$$U = R * I \tag{1}$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} \tag{2}$$

daraus folgt:

$$\frac{U}{I} = R_{\text{ges}} \quad (3)$$

$$R_{\text{ges}} = \frac{R_{iV} * R_x}{R_{iV} + R_x} \quad (4)$$

$$\Rightarrow U * R_x + U * R_{iV} = I * R_{iV} * R_x \quad (5)$$

$$\Rightarrow R_x * (U - I * R_{iV}) = -U * R_{iV} \quad (6)$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U * R_{iV}}{I * R_{iV} - U} \quad (7)$$

Wobei  $R_{\text{ges}}$  der Ersatzwiderstand von dem Innenwiderstand des Voltmeters ( $R_{iV}$ ) und dem zu messenden Widerstand ( $R_x$ ) ist.  $U$  ist die Spannung, die vom Voltmeter angezeigt wird,  $I$  der mit dem Amperemeter gemessene Strom.

### 2.2.2 Stromrichtige Messung (Spannungsfehlerschaltung)

Die Herleitung benötigt wieder das Ohmsche Gesetz, sowie die Reihenschaltung zweier Widerstände.

$$U = R * I \quad (8)$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 \quad (9)$$

daraus folgt:

$$\frac{U}{I} = R_x + R_{iA} \quad (10)$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U}{I} - R_{iA} \quad (11)$$

Wobei  $R_{iA}$  den Innenwiderstand des Amperemeters,  $R_x$  den zu messenden Widerstand,  $U$  die am Voltmeter angezeigte Spannung und  $I$  durch das Amperemeter fließenden Strom bezeichnet.

## 2.3 Verhältnis der zu messenden Widerstände zu den Innenwiderständen

Überlegungen zum Einfluß der Innenwiderstände des Volt- bzw. Amperemeters auf die Widerstandsmessung bei Strom- bzw. Spannungsrichtiger Meßschaltung.

### 2.3.1 Spannungsrichtige Messung (Stromfehlerschaltung)

Für die Spannungsrichtige Messung sollte der Innenwiderstand des Voltmeters ( $R_{iV}$ ) im Verhältnis zum zu messenden Widerstand  $R_x$  möglichst groß sein.

Ein kleines Rechenbeispiel:

$$R_{iV} = 1000 * R_x$$

$$\frac{U}{I} = \frac{R_{iV} * R_x}{R_{iV} + R_x}$$

$$\frac{U}{I} = \frac{1000R_x^2}{1001R_x}$$

$$\frac{U}{I} = \frac{1000}{1001} R_x \approx 1R_x$$

**2.3.2 Stromrichtige Messung (Spannungsfehlerschaltung)**

Für die Stromrichtige Messung sollte der Innenwiderstand des Amperemeters ( $R_{iV}$ ) im Verhältnis zum zu messenden Widerstand  $R_x$  möglichst klein sein.  
 Ein kleines Rechenbeispiel:

$$R_{iA} = \frac{1}{1000} * R_x$$

$$\frac{U}{I} = R_{iA} + R_x$$

$$\frac{U}{I} = \frac{1001}{1000} R_x \approx 1 R_x$$

**2.4 Bestimmung von 4 Widerständen**

Die Widerstände werden je einmal mit Spannungs- und Stromrichtiger Messung gemessen. Zusätzlich wird der prozentuale Strom- und Spannungsfehler aus beiden Meßverfahren errechnet.

**2.4.1 Spannungsrichtige Messung**

Spannungsrichtige Messung von 4 Widerständen

Meßwiderstand in $\Omega$	8	100	800	8000
Quellspannung in V	4	4	4	30
Innenwiderstand $R_{iA}$ in $\Omega$	2.65	25.20	247.00	247.00
Innenwiderstand $R_{iV}$ in $k\Omega$	99.20	99.20	99.20	1000.00
Meßspannung $U$ in V	3.00	3.25	3.10	29.00
Strom $I$ in mA	380.00	32.00	3.80	3.55
$R_x = \frac{U}{I}$ in $\Omega$	7.90	101.56	895.79	8169.01
$R_x$ aus Gleichung 7 in $\Omega$	7.90	101.67	822.55	8236.30
Fehler in %	0.0	0.1	0.8	0.8

**2.4.2 Stromrichtige Messung**

Stromrichtige Messung von 4 Widerständen

Meßwiderstand in $\Omega$	8	100	800	8000
Quellspannung in V	4	4	4	30
Innenwiderstand $R_{iA}$ in $\Omega$	2.65	25.20	247.00	247.00
Innenwiderstand $R_{iV}$ in $k\Omega$	99.20	99.20	99.20	1000.00
Meßspannung $U$ in V	3.90	3.95	3.95	29.00
Strom $I$ in mA	380.00	32.00	3.75	3.52
$R_x = \frac{U}{I}$ in $\Omega$	10.26	123.44	1053.33	8238.64
$R_x$ aus Gleichung 11 in $\Omega$	7.61	98.24	806.33	7991.64
Fehler in %	34.80	25.65	30.60	3.10

**2.5 Schlußfolgerung**

Bei dem gegebenen Widerstandsbereich (8  $\Omega$  bis 8 k $\Omega$ ) ist in unserem Fall die Spannungsrichtige Messung der Stromrichtigen vorzuziehen. Dies läßt sich leicht aus den vorhergehenden Tabellen erkennen. Der prozentuale Fehler bei der von uns durchgeführten Spannungsrichtigen Messung wesentlich geringer als bei der Stromrichtigen.

Im Allgemeinen ist die Spannungsrichtige Messung für kleine Widerstände besser geeignet (siehe ? ). Die Stromrichtige Messung ist dagegen bei großen Widerständen der Spannungsrichtigen vorzuziehen (siehe ? ).

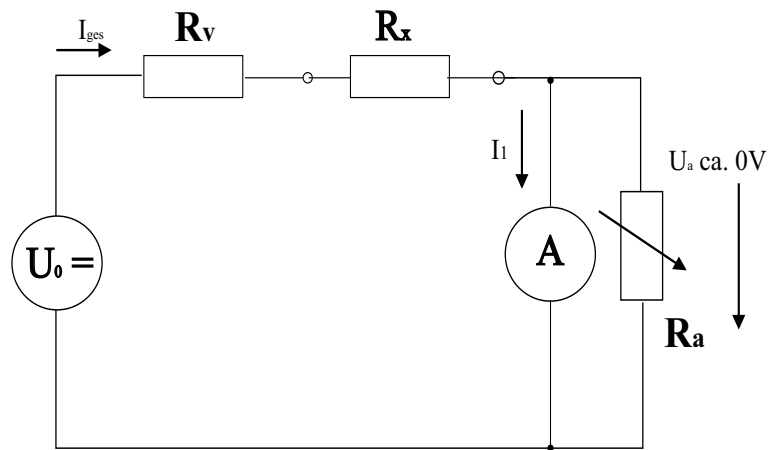
### 3 Aufgabe 2: Prinzipschaltung eines Widerstandsmeßgerätes

Ein Nachbau eines Widerstandsmeßgerätes (Ohmmeter), wie es in üblichen Meßgeräten verwirklicht wird, besteht aus 4 Baugruppen:

1. Spannungsquelle ( $U_0$ )
2. Meßvorwiderstand ( $R_V$ )
3. Amperemeter mit Meßbereichserweiterung
4. zu messender Widerstand ( $R_x$ )

Diese werden wie in folgenden Versuchsaufbau beschrieben geschaltet.

#### 3.1 Versuchsaufbau



#### 3.2 Meßwerte

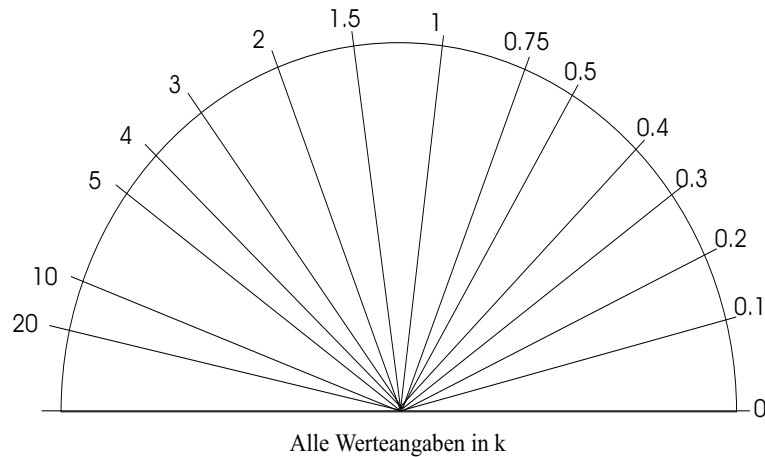
Randbedingungen für die Messung des zu messenden Widerstandes  $R_x$  und des Gesamtstromes  $I_1$

- $U_0 = 6 \text{ V}$
- $R_V = 1 \text{ k}\Omega$
- bei  $R_x = 0 \Omega \rightarrow I_1 = 0.5 \text{ mA}$

$R_x$ in $\text{k}\Omega$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
$I_1$ in $\mu\text{A}$	500	460	430	400	375	355	310	270	260	250	242	238	228
$R_x$ Fortsetzung	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	20.0
$I_1$ Fortsetzung	210	191	170	168	157	149	120	100	72	58	45	35	30

### 3.3 Graphische Darstellung der Meßergebnisse

#### Ohmmeter



Diese Skala kann nun als Anzeige für ein Ohmmeter dienen.

### 3.4 Aufgabe 2.3: Unabhängigkeit der Betriebsspannung von der Widerstandsmessung

Als Grundlage der Herleitung dient das Ohm'sche Gesetz.

$$U_0 = I_{ges} * R_{ges}$$

Aufgrund der Tatsache, daß der Widerstand  $R_a$  eine Meßbereichserweiterung des Amperemeters darstellt, hat der Gesamtstrom folgenden Formel:

$$I_{ges} = I_1 * x$$

$I_1$ ... Strom durch das Amperemeter  
 $x$ ... Meßbereichserweiterungsfaktor

Der Faktor  $x$  bleibt konstant, solange  $R_a$  konstant bleibt  
 Der Amperemeter-Innenwiderstand  $R_{iA}$  und der Abgleichwiderstand  $R_a$  haben dann zusammen einen konstanten Widerstandwert, der hier im weiteren Verlauf mit  $R_{Amp}$  bezeichnet wird.

$$R_{Amp} = R_a || R_{iA}$$

$$R_{ges} = R_V + R_x + R_{Amp}$$

$R_a$ ... Abgleichwiderstand  
 $R_{iA}$ ... Innenwiderstand des Amperemeters  
 $R_{Amp}$ ... Gesamtwiderstand Amperemeter || Abgleichwiderstand  
 $R_V$ ... Vorwiderstand  
 $R_x$ ... zu messender Widerstand

Im ersten Fall, haben wir die Schaltung so abgeglichen, daß  $I_1 = 0.5 \text{ mA}$  ist. Dabei war unser Meßwiderstand  $R_x$  kurzgeschlossen, also  $R_x = 0\Omega$ .

$$U_0 = (0.5\text{mA} * x) * (R_V + R_{Amp})$$



Im weiterem Meßverlauf, bekam  $R_x$  einen Wert zugeordnet und der Strom  $I_1$  wurde kleiner, je größer  $R_x$  wurde. Hier gilt dann folgende Formel:

$$U_0 = (I_1 * x) * (R_V + R_x + R_{Amp})$$

Setzt man beide Formel gleich, da bei beiden die gleiche Betriebsspannung anliegt, so kommt man zu folgender Formel:

$$\begin{aligned} (0.5\text{mA} * x) * (R_V + R_{Amp}) &= (I_1 * x) * (R_V + R_x + R_{Amp}) \\ \frac{0.5\text{mA}}{I_1} &= \frac{R_V + R_x + R_{Amp}}{R_V + R_{Amp}} \\ \frac{0.5\text{mA}}{I_1} &= 1 - \frac{R_x}{R_V + R_{Amp}} \end{aligned}$$

Nach der Umstellung nach  $R_x$  folgt:

$$R_x = \frac{0.5\text{mA} * (R_V + R_{Amp})}{I_1} - (R_V + R_{Amp})$$

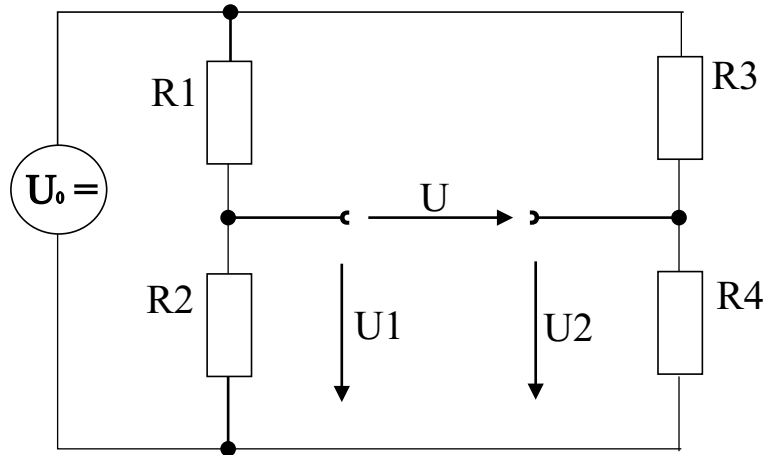
Da  $R_V + R_{Amp}$  konstant:

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_x &= \frac{\textit{konst}}{I_1} - \textit{konst} \\ \Rightarrow R_x &\sim \frac{1}{I_1} \end{aligned}$$

Dies zeigt jetzt sehr deutlich, daß  $R_x$  antiproportional zu  $I_1$  ist, und nicht von der Betriebsspannung  $U_0$  abhängt.

## 4 Aufgabe 3: Widerstandsmessung mit der Wheatstone'schen Meßbrücke

### 4.1 Versuchsaufbau der Wheatstone'schen Meßbrücke



### 4.2 Herleitung der Abgleichspannung

$$U_1 = U_0 * \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (12)$$

$$U_2 = U_0 * \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (13)$$

$$U = U_1 - U_2 \quad (14)$$

$$U = U_0 * \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_0 * \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (15)$$

$$U = U_0 * \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \quad (16)$$

$U_0$ ... Quellspannung  
 $U_1$ ... Spannungsabfall über  $R_2$   
 $U_2$ ... Spannungsabfall über  $R_4$   
 $U$ ... Abgleichspannung

### 4.3 Meßwerte

Randbedingungen für die Messung.

- $U_0 = 20 \text{ V}$
- $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$
- $R_4 = R_x$
- $U = 0 \text{ V}$

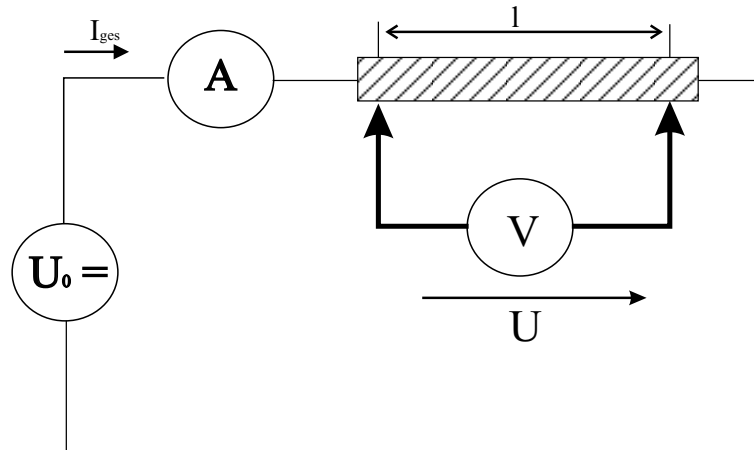
$R_x$ in $\Omega$	8	100	800	8000
$R_2$ in $\Omega$	8	99.6	803.8	8044.1

#### 4.4 Betrachtung der Meßergebnisse

Die eingestellten Werte von  $R_2$  entsprechen in etwa den Werten von  $R_x$ . Eventuelle Abweichungen sind auf Leitungswiderstände bzw. auf die Widerstände selbst zurückzuführen ( $\pm 10\%$  Fehlertoleranz). Im Vergleich zur Strom- bzw. Spannungsrichtigen Messung ist die Widerstandsmessung mit der Wheatstone'schen Brücke unabhängig von der Größe des zu messenden Widerstandes. Dies ist darauf zurück zu führen, daß bei der Strom- bzw. Spannungsrichtigen Messung noch die Eigenwiderstände der Meßgeräte mit zu berücksichtigen sind. Bei der Wheatstone'schen Brückenschaltung ist dagegen nur der Abgleichwiderstand ( $R_2$ ) ausschlaggebend für das Ergebnis. Wenn  $R_1 = R_3$  dann folgt daraus das  $R_x = R_2$  sein muß.

## 5 Aufgabe 4: Widerstandsmessung mittels Vierleitermeßverfahren

### 5.1 Versuchsaufbau zum Vierleitermeßverfahren



### 5.2 Meßwerte zum Vierleitermeßverfahren

Randbedingungen für die Messung

- $I = 10 \text{ A}$
- $\rho = \frac{U * A}{I * l}$

Material	Alu dick	Alu dünn	Messing dick	Messing dünn
$l$ in m	1			
$A$ in $\text{mm}^2$	83.3	47.8	49.0	25.0
$U$ in mV	3.75	6.25	13.7	27.2
$\rho$ in $\frac{\Omega * \text{mm}^2}{\text{m}}$	$31.2 \cdot 10^{-3}$	$29.9 \cdot 10^{-3}$	$67.1 \cdot 10^{-3}$	$68.0 \cdot 10^{-3}$

### 5.3 Meßwerte mit Spannungsrichtiger Messung

Randbedingungen für die Messung

- $I = 8 \text{ A}$
- $\rho = \frac{U * A}{I * l}$

Material	Alu dick	Alu dünn	Messing dick	Messing dünn
$l$ in m	1			
$A$ in $\text{mm}^2$	83.3	47.8	49.0	25.0
$U$ in mV	138	143	160	306
$\rho$ in $\frac{\Omega * \text{mm}^2}{\text{m}}$	1.437	$854.4 \cdot 10^{-3}$	$980.0 \cdot 10^{-3}$	$956.2 \cdot 10^{-3}$

#### 5.4 Diskussion der Ergebnisse

Zwischen den Ergebnissen der beiden Messverfahren sind deutliche Unterschiede festzustellen. Vergleicht man die Ergebnisse mit Angaben aus der Literatur, so erkennt man, daß die mit dem Vierleitermessverfahren gewonnenen Werte für  $\rho$  nahezu übereinstimmen. Die Ergebnisse der Spannungsrichtigen Messung zeigen dagegen extreme Abweichungen nach oben, die sich nur durch Kabel- und Übergangswiderstände der Steckverbindungen, erklären lassen.

Fazit:

Das Vierleitermessverfahren eignet sich für die Messung von sehr kleinen Widerständen deutlich besser als die Spannungsrichtige Messung, da hier die Spannung direkt am Widerstand abgegriffen wird und somit nur geringfügige Kabel- und Übergangswiderstände das Meßergebnis verfälschen.

## 6 Zusammenfassung

Als Ergebnis dieses Versuchs kann man zusammenfassend sagen, daß sich die verschiedenen Meßverfahren nur für bestimmte Widerstandsberreiche eignen.

- **Spannungsrichtige Messung von Widerständen**

Hierbei läßt sich feststellen, das sich das Verfahren nur für kleine Widerstände eignet. Unter kleinen Widerständen sind hierbei Widerstände zu verstehen, die im Verhältnis zum Innenwiderstand des Voltmeters sehr klein sind. Siehe Rechenbeispiel Kapitel ? auf Seite ?. Bei größeren Widerständen fließt ein Strom über das Voltmeter, der nicht mehr zu vernachlässigen ist.

- **Stromrichtige Messung von Widerständen**

Hierbei läßt sich feststellen, das sich das Verfahren nur für große Widerstände eignet. Unter großem Widerständen sind hierbei Widerstände zu verstehen, die im Verhältnis zum Innenwiderstand des Amperemeters sehr groß sind. Siehe Rechenbeispiel Kapitel ? auf Seite ?. Bei kleineren Widerständen fällt eine zu große Spannung über das Amperemeter ab, welche nicht mehr zu vernachlässigen ist.

- **Wheatstone'sche Brückenschaltung**

Dieses Messverfahren eignet sich für beliebige Widerstandswerte, da der zu messende Widerstand über einen Abgleichwiderstand bestimmt wird. In der Regel muß dann der Abgleichwiderstand den selben Widerstandswert besitzen wie der zu messende Widerstand. Jedoch ist zu beachten, das die zur Messung benötigten Widerstände eine möglichst gering Fehlertoleranz haben sollten.

- **Vierleitermessverfahren**

Eignet sich nur für sehr kleine Widerstände. Im Prinzip stellt es eine Spannungsrichtige Messung dar, wobei die Übergangswiderstände möglichst gering gehalten werden, indem die Spannung direkt am Widerstand gemessen wird.

Beim **Aufbau eines Ohmmeters** sind folgende Sachverhalte zu beachten:

- Die verwendeten Vorwiderstände sollten eine möglichst geringe Fehlertoleranz besitzen.
- Die Schaltung sollte vor jeder Messung abgeglichen werden.
- Die Betriebsspannung ist nicht ausschlaggebend für die Bestimmung eines Widerstands.

Die Skala des Ohmmeters ist nicht linear, da  $I$  antiproportional  $\frac{1}{R_x}$ .